



UNIVERSITÀ CA' FOSCARI DI VENEZIA
Dipartimento di Matematica Applicata

**“Modello di Comportamento di una Colonia di Formiche per
un Problema di Logistica Distributiva con Finestre Temporali
Multiple: un Caso Aziendale”**

Paola Pellegrini

1. Introduzione

In letteratura esistono numerose trattazioni riguardanti il Vehicle Routing Problem con finestre temporali. Più rare sono quelle relative al caso delle finestre temporali multiple.

In questo lavoro viene presentata una formulazione matematica del Vehicle Routing Problem con finestre temporali multiple, che considera l'esistenza di una flotta di veicoli eterogenea e di vincoli di periodicità.

Viene inoltre proposta e implementata una metaeuristica basata sull'Ant Colony System. Gli obiettivi sono considerati secondo un ordine gerarchico: il primo è la minimizzazione del numero di veicoli utilizzati; il secondo la minimizzazione del tempo richiesto per completare i sottocircuiti.

L'algoritmo è stato testato su un campione di circa 80 clienti, raggiungendo risultati soddisfacenti.

2. Il problema

L'azienda oggetto di analisi è specializzata nella distribuzione di un'ampia gamma di prodotti alimentari, e copre il territorio nord-orientale dell'Italia.

Per essere competitiva, offre al cliente la possibilità di scegliere quando ricevere la consegna: l'indicazione può riguardare fino a tre intervalli di tempo nell'arco della giornata e fino a cinque giorni nell'arco della settimana. Questo fa sì che per ogni acquirente si possano avere da 0 a 15 finestre temporali. Alcuni clienti, poi, richiedono più servizi a settimana, il che impone di inserirli in più giri di consegna, avendo cura di non fissare le visite in momenti troppo ravvicinati.

L'azienda dispone di una flotta eterogenea e le difformità rilevanti tra i vari tipi di veicolo riguardano la dimensione esterna e il sistema di carico e scarico che comportano. La dimensione esterna può essere molto importante o trascurabile, in relazione alla zona in cui devono essere effettuate le consegne: le aree interessate dalla distribuzione presentano caratteristiche molto diverse, a seconda che ci si trovi in un centro storico cittadino o in una zona più periferica. Mentre in generale le dimensioni non creano particolari problemi, in città come Verona o Treviso esse rappresentano un

vincolo importante: il traffico e la larghezza di molte strade impongono l'utilizzo di veicoli piccoli.

Per quanto riguarda i sistemi di carico e scarico, i camion che definiamo semplicemente grandi, si presentano con la parete di fondo mobile e una pedana motorizzata, che consente di passare dal livello della strada a quello del rimorchio. Tutto ciò permette di scaricare la merce dal fondo senza disimballarla, semplicemente utilizzando un carrello. I camion piccoli invece presentano una serie di sportelli laterali. Lo scarico in questo caso richiede che la merce sia disimballata e caricata a mano su un carrello, il che costituisce un costo rilevante in caso di quantità consistenti.

Per ogni cliente quindi può essere necessario un determinato tipo di mezzo: se è situato in un centro cittadino sarà richiesto un veicolo piccolo, altrimenti dipenderà dalla quantità di merce ordinata.

Il problema oggetto di studio dunque consiste nell'individuazione di giri di consegna di costo minimo che coprano l'arco della settimana (dal lunedì al venerdì) e che siano completabili in un turno lavorativo di 8 ore, per limitare i costi di lavoro straordinario.

3. La formulazione matematica

In termini matematici, il problema si presenta come un Vehicle Routing Problem con finestre temporali multiple (VRPMTW), generalizzazione del più conosciuto Vehicle Routing Problem con finestre temporali (VRPTW), su cui esistono un gran numero di trattazioni.

Il VRPTW viene tipicamente espresso come segue: dato un insieme di clienti richiedenti una consegna in un dato intervallo di tempo, e una flotta di veicoli con base in un deposito che possono effettuare tali consegne, si deve determinare l'insieme dei circuiti che minimizzino il costo totale derivante dalla prestazione dei servizi in modo che siano rispettati i vincoli di capacità ([3])

La formulazione matematica del problema è quella tipica del VRPTW proposta da Desrocher et al. ([4]) cui vengono aggiunti alcuni vincoli specifici relativi al caso aziendale.

Sia $G = (V, E)$ un grafo con un insieme V di nodi e un insieme E di archi non orientati. Più precisamente $V = \{0\} \cup M$, dove 0 corrisponde al deposito e $M = \{1, 2,$

..., m} all'insieme dei clienti. L'insieme degli archi è $E = (\{0\} \times M) \cup (M \times M)$ con $M \times M$ insieme degli archi che collegano tra loro i clienti, e $\{0\} \times M$ archi che collegano il deposito ai clienti.

Ogni cliente $i \in M$ ha una domanda positiva q_i , e un insieme di w_i finestre temporali $\left[e_i^v, l_i^v \right]$, $1 \leq v \leq w_i$, tale che $e_i^v < l_i^v$ e $l_i^v < e_i^{v+1}$, $\forall v \in \{1, 2, \dots, w_i - 1\}$. Il servizio al cliente i deve iniziare durante una di queste finestre temporali.

Le visite devono essere effettuate nell'arco di una settimana lavorativa (da lunedì a venerdì); quindi l'intervallo di tempo considerato per analizzare i giri di consegna sarà di 120 ore (24 ore al giorno * 5 giorni).

Alcuni clienti devono essere serviti più di una volta a settimana. Sia $M' \subseteq M$ l'insieme dei clienti che richiedono di essere serviti più di una volta alla settimana.

Ad ogni cliente appartenente a M' si associano un numero di clienti fittizi uguale al numero di visite richieste meno 1; per ognuno di essi vengono duplicati tutti gli archi incidenti sul nodo di partenza, mentre si assegna lunghezza infinita agli archi che li collegano l'un l'altro. Siano Z l'insieme di tali clienti e N l'unione di Z e M , $N = Z \dot{\cup} M$. Sia inoltre A l'insieme che comprende gli archi in E e gli archi aggiunti con questo procedimento.

Per ogni coppia di nodi $i \in M'$ e $j \in M' \cup Z$ definiamo il parametro o_{ij} tale che:

$$o_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } j \text{ è un cliente fittizio associato ad } i \text{ oppure } j = i \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Ad ogni arco $(i, j) \in A$ è legato un costo c_{ij} e un tempo t_{ij} . Si suppone t_{ij} somma del tempo di percorrenza dell'arco (i, j) e del tempo necessario per servire il cliente di partenza i , per ogni $i, j \in N \cup \{0\}$. Il tempo richiesto per il servizio al deposito sarà nullo, quindi $t_{0,j}$ sarà pari al solo tempo di percorrenza dell'arco $(0, j)$ per ogni $j \in N \cup \{0\}$. Per quanto riguarda c_{ij} , invece, ci si troverà di fronte a valori diversi a seconda che il nodo di partenza dell'arco sia un nodo-cliente o un nodo-deposito. Nella prima situazione, e quindi per ogni $i \in N$ e $j \in N \cup \{0\}$, c_{ij} assumerà valore uguale

a $t_{i,j}$; nella seconda ($i = 0$), per ogni $j \in N$, $c_{0,j}$ assumerà valore uguale a $t_{0,j}$ a cui si aggiunge una costante rappresentativa del costo legato all'utilizzo di un veicolo.

A causa delle dimensioni degli ordini e dell'area geografica di appartenenza, come già spiegato, le consegne relative ad alcuni clienti necessitano di un veicolo dell'uno o dell'altro tipo. Per tener conto di tale esigenza viene introdotto il parametro h_i relativamente ad ogni cliente $i \in N$, che assumerà valore 0 nel caso sia indifferente la dimensione del veicolo che effettua la consegna, 1 nel caso sia richiesto un veicolo piccolo, - 1 nel caso di un veicolo grande. Indicato con K l'insieme degli automezzi disponibili, sono utilizzabili al più $|K|$ veicoli considerati identici di capacità Q .

Il costo di un'ora di tempo di attesa sia C .

Per concludere, le variabili che intervengono sono le seguenti. Per ogni $i \in N$, S_i è il momento in cui inizia il servizio presso il cliente i , W_i è il tempo di attesa che precede S_i (espresso in ore). Per ogni arco $(i, j) \in A$ e per ogni veicolo $k \in K$, $x_{i,j}^k$ è uguale a 1 se l'arco (i, j) è percorso dal veicolo k , cioè se il cliente j è servito subito dopo il cliente i dal veicolo k (o se il veicolo k serve per primo il cliente j ($i = 0$) o per ultimo il cliente i ($j = 0$)), 0 altrimenti. Infine, per ogni finestra temporale dell' i -esimo cliente, u_i^v è uguale a 1 se il servizio al cliente i inizia durante la v -esima finestra temporale, 0 altrimenti ($i \in N, 1 \leq v \leq w_i$).

Il modello si può formulare come segue

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{(i,j) \in A} c_{i,j} \cdot x_{i,j}^k + C \cdot \sum_{i \in N} W_i \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in N} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall j \in N \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j \in N} x_{0,j}^k \leq |K| \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in N} x_{i,0}^k = \sum_{k=1}^K \sum_{j \in N} x_{0,j}^k \quad (5)$$

$$\sum_{v=1}^{w_i} u_i^v = 1 \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$\sum_{v=1}^{w_i} u_i^v \cdot e_i^v \leq S_i \quad \forall i \in N \quad (7)$$

$$\sum_{v=1}^{w_i} u_i^v \cdot l_i^v \geq S_i \quad \forall i \in N \quad (8)$$

$$\left| \sum_{v=1}^{w_z} u_z^v \cdot e_z^v - \sum_{v=1}^{w_j} u_j^v \cdot e_j^v \right| \geq \frac{120}{\sum_{j \in N} o_{i,j}} \quad \forall i \in M', z, j \in M' \cup Z:$$

$$o_{i,z} = 1, o_{i,j} = 1, z \neq j, \exists e_z^v, e_j^s: \left| e_z^v - e_j^s \right| \geq \frac{120}{\sum_{j \in N} o_{i,j}} \quad (9)$$

$$S_i + t_{i,j} + W_j - S_j \leq M (1 - x_{i,j}^k) \quad \forall (i,j) \in N \times N, k \in K \quad (10)$$

$$S_i + t_{i,j} + W_j - S_j \geq M (x_{i,j}^k - 1) \quad \forall (i,j) \in N \times N, k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{i \in N} q_i x_{0,i}^k + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} q_j x_{i,j}^k \leq Q \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{i,j}^k \cdot t_{i,j} + \sum_{i \in N} x_{0,i}^k \cdot t_{0,i} + \sum_{j \in N} x_{j,0}^k \cdot t_{j,0} + \sum_{j \in N \cup \{0\}} \sum_{i \in N} x_{i,j}^k \cdot W_i \leq 8 \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$\sum_{i \in N} x_{a,i}^k \cdot \sum_{i \in N} x_{b,i}^k = 0 \quad \forall k \in K, a, b \in N: h_a \cdot h_b = -1 \quad (14)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (15)$$

$$u_i^v \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, 1 \leq v \leq w_i \quad (16)$$

$$W_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (17)$$

Tralasciando l'analisi dei vincoli standard, per i quali si veda Desrocher et al. ([4]), commentiamo di seguito soltanto quelli più originali e precisamente i vincoli (9) e (14).

Il vincolo (9) tiene conto dell'esigenza di distanza temporale tra i servizi effettuati allo stesso cliente. Nel caso un acquirente debba essere servito più di una volta a settimana, le visite non dovranno essere fissate in giornate consecutive (a meno che non sia lo stesso cliente a richiederlo), e quindi a meno di un numero di ore di distanza che varia a seconda del numero di consegne richieste.

Il vincolo (14) tiene conto della compatibilità dei veicoli, e cioè del fatto che clienti che richiedono veicoli differenti non siano inseriti in uno stesso giro. Tale vincolo quindi viene applicato ai soli clienti a e b tali che $h_a \cdot h_b = -1$.

Il problema, data la sua complessità, è stato affrontato utilizzando tecniche approssimate, ed in particolare è stata scelta la metaeuristica conosciuta con il nome di Ant Colony System.

4. Ant Colony System

L'Ant Colony System (ACS) studia sistemi artificiali per risolvere problemi di ottimizzazione, prendendo ispirazione dal comportamento delle colonie di formiche.

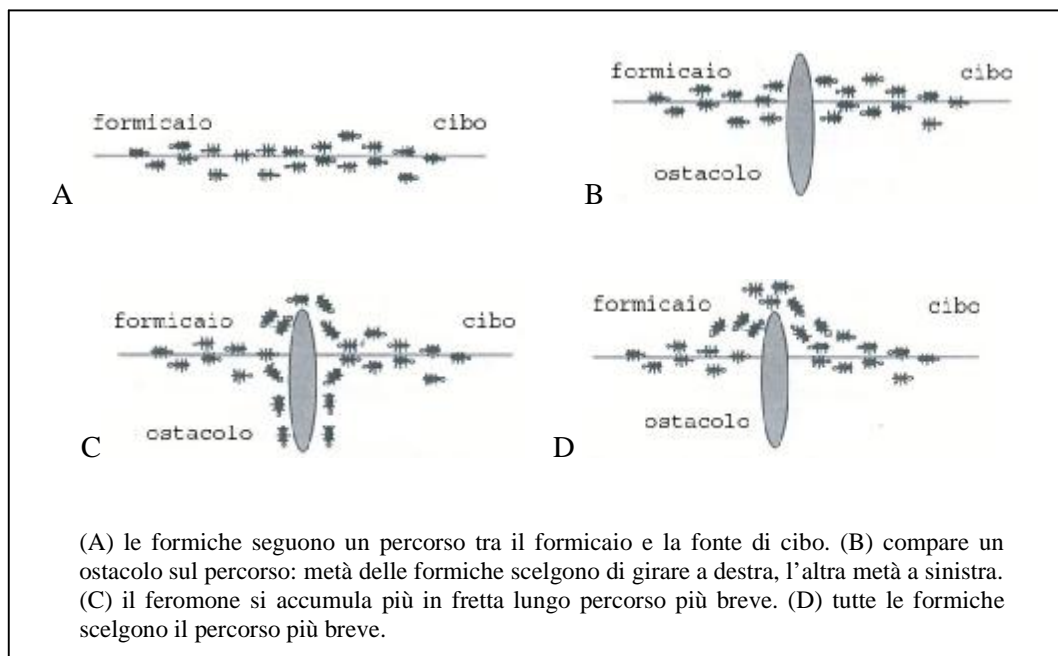
Questi insetti sono in grado di trovare il percorso più breve tra il formicaio e il cibo senza segnalazioni visive. In più, riescono anche ad adattarsi a cambiamenti dell'ambiente, ad esempio trovando un nuovo percorso più breve qualora quello vecchio sia stato interrotto da un ostacolo (fig. 1).

È noto che il mezzo principale che le formiche usano per formare le linee rette lungo le quali si muovono, e per mantenerle per tutto il percorso, è una traccia di feromone. Le formiche depositano una certa quantità di feromone mentre camminano, e contemporaneamente si muovono nella direzione lungo la quale ne rilevano il quantitativo maggiore. Questo comportamento elementare può spiegare come riescano a trovare la via più breve per collegare due estremità di un percorso interrotto dall'improvvisa apparizione di un ostacolo.

Infatti, una volta comparso l'ostacolo, le formiche non possono continuare a seguire la traccia di feromone e devono scegliere se girare a destra o a sinistra: in una situazione del genere con alta probabilità si divideranno a metà tra le due direzioni.

Evidentemente, le formiche che per caso avranno scelto il percorso più conveniente, raggiungeranno la traccia di feromone interrotta più velocemente delle altre. Quindi, la strada più breve riceverà, in una unità di tempo, una quantità maggiore di feromone, e questo spingerà un maggior numero di formiche a percorrerla. Grazie a questo processo di feedback positivo (autocatalitico), molto presto tutte le formiche sceglieranno la via più conveniente.

Fig. 1: Comportamento di una colonia di formiche ([5])



L'aspetto più interessante consiste nel fatto che trovare il percorso più breve per aggirare l'ostacolo sembra essere una conseguenza dell'interazione della forma dell'ostacolo stesso e del comportamento delle formiche: sebbene esse si muovano tutte sostanzialmente alla stessa velocità e depositino la traccia di feromone più o meno allo stesso ritmo, è un fatto che occorre più tempo per girare intorno all'ostacolo percorrendo il tragitto più lungo, il che permette al feromone di accumularsi più in fretta su quello più breve.

Il primo problema di logistica distributiva cui è stato applicato questo metodo è quello del commesso viaggiatore (TSP). Come noto, risolverlo significa determinare un circuito hamiltoniano di lunghezza minima, ossia il circuito più breve che passi per tutti i nodi di un grafo una e una sola volta. In tale ambito, una formica artificiale è un agente che si muove da una città all'altra fino a toccarle tutte, per poi tornare al punto di partenza.

Il grafo di riferimento è lo stesso che rappresenta il problema TSP, in cui ad ogni arco sono associati due pesi: una misura di desiderabilità $t(i, j)$ denominata feromone, che viene modificata ad ogni passaggio; un costo $h(i, j)$ che assume valore pari all'inverso della lunghezza dell'arco. Se il grafo considerato è non orientato, ipotesi qui considerata, si avrà $t(i, j) = t(j, i)$, per ogni coppia (i, j) di nodi ([6]).

Inizialmente f formiche vengono poste in f nodi scelti a caso. Da qui ognuna crea un circuito, scegliendo i nodi verso cui muoversi secondo una legge probabilistica: le formiche preferiscono spostarsi tra nodi collegati da archi brevi con un elevato livello di feromone. Tutti gli spostamenti sono accompagnati da un'alterazione del livello di feromone degli archi su cui si transita (modifica locale). Una volta che tutte le formiche hanno concluso il loro giro, si applica una ulteriore modifica di tale livello (modifica globale). Dopodiché l'intero processo viene ripetuto.

La traccia di feromone, quindi, rappresenta una sorta di distribuzione di informazioni numeriche da parte delle formiche per registrare l'esperienza comune nella risoluzione di un particolare problema ([9]).

L'ACS termina quando diventa vera almeno una delle seguenti condizioni: è stato generato un numero fissato di soluzioni; è stato raggiunto un prefissato tempo computazionale; non vengono notati miglioramenti nel costo dei giri per un dato numero di iterazioni.

Il criterio di scelta del nodo verso cui muoversi, è dato dall'equazione (18): una formica k , trovandosi nel nodo i , sceglie di spostarsi nel nodo j tale che

$$j = \begin{cases} \arg \max_{u \in J_k(i)} \{ [t(i,u)] \cdot [h(i,u)]^\beta \}, & \text{se } q \leq q_0 \\ s, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (18)$$

dove

β è un parametro che esprime l'importanza del feromone rispetto alla distanza ($\beta > 0$): al crescere del valore assegnatogli, aumenta la rilevanza data al livello di feromone;

$t(i,u)$ è il livello di feromone associato all'arco (i,u) ;

$h(i,u)$ è un valore inversamente proporzionale alla lunghezza dell'arco (i,u) ;

q è un numero casuale compreso nell'intervallo $[0, 1]$ associato allo spostamento;

q_0 è un parametro prefissato ($0 \leq q_0 \leq 1$);

s è una distribuzione di probabilità.

Assumendo $h(i,j)$ un valore pari all'inverso della lunghezza dell'arco, esso assumerà sempre un valore maggiore di 0, decrescente all'aumentare della lunghezza stessa; nella maggior parte dei casi il risultato sarà minore di 1, il che significa che

elevarlo a potenza lo rimpicciolirà ulteriormente, tanto più quanto più elevato sarà l'esponente della stessa. Più grande è il valore scelto per questo parametro, minore è il peso dato alla distanza tra i nodi rispetto al livello di feromone.

La condizione che deve essere rispettata per poter usare il criterio di scelta basato sul massimo del prodotto feromone-vicinanza, richiede che q sia minore o uguale a q_0 . Il primo è un valore assegnato casualmente allo spostamento della formica; il secondo è costante e fissato a priori. Se assegniamo a q_0 valore 0,8, ci sarà l'80% della probabilità di avere $q \leq q_0$, e quindi di usare tale regola decisionale. Il nodo j per cui è massimizzato il prodotto feromone-vicinanza, è quello che fino ad ora si è dimostrato il preferibile a partire dal nodo i . Il criterio quindi prevede di spostarsi con probabilità q_0 lungo l'arco attualmente più conveniente, e con probabilità $1 - q_0$ lungo un altro arco: più è basso il valore stabilito per q_0 , più è probabile l'esplorazione di nuovi percorsi (*exploration*); d'altra parte, più è alto, più si sfruttano le esperienze passate (*exploitation*).

In caso q sia maggiore di q_0 , ogni nodo j avrà una probabilità di essere scelto dalla formica k posta in i pari a $p_k(i,j)$ con:

$$p_k(i, j) = \begin{cases} \frac{[t(i, j)] \cdot [h(i, j)]^b}{\sum_{u \in J_k(i)} [t(i, u)] \cdot [h(i, u)]^b}, & \text{se } j \in J_k(i) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (19)$$

con $J_k(i)$ insieme dei nodi che rimangono da visitare alla formica k posizionata in i .

La scelta quindi è ancora casuale, ma i diversi nodi hanno probabilità di essere scelti proporzionale alla loro attrattività.

Questo criterio di scelta è detto pseudo-random-proportional rule, e favorisce la scelta degli archi più brevi e con il maggior livello di feromone.

Come abbiamo detto in precedenza, il livello di feromone sugli archi viene variato innanzitutto attraverso la modifica locale. Il suo obiettivo è di far cambiare dinamicamente la desiderabilità degli archi: ogni volta che una formica ne percorre uno, questo diventa un po' meno desiderabile (perde un po' di feromone): in tal modo si favorisce l'esplorazione di nuovi percorsi. Conseguenza di ciò è che le formiche non convergono mai su un unico giro¹.

¹ Il criterio di modifica locale è espresso nell'equazione:

Una volta costruiti gli m circuiti hamiltoniani, poi, il livello di feromone viene variato su tutti gli archi attraverso la modifica globale². Il fine di questo procedimento è la registrazione dell'esperienza: gli archi appartenenti al giro più conveniente risulteranno più attraenti nelle iterazioni successive, e questo tenderà a portare ad un progressivo miglioramento dei risultati.

Per attuare tale modifica globale, soltanto alla formica migliore è consentito di rilasciare feromone, cioè solo a quella che ha costruito il percorso più breve, o comunque meno costoso. Questa scelta, insieme all'utilizzo della pseudo-random-proportional rule, ha lo scopo di rendere la ricerca più spedita: le formiche scelgono seguendo l'esempio soltanto dei predecessori che, fino a quel momento, hanno realizzato i giri migliori. La modifica globale è attuata dopo che tutte le formiche hanno completato i loro giri.

Sebbene il Vehicle Routing Problem sia un'estensione abbastanza diretta del problema del commesso viaggiatore, la prima applicazione dell'Ant Colony System in questo contesto è stata proposta solo molto recentemente da Bullnheimer et al. ([1]), considerando la versione più elementare del problema.

L'euristica studiata per risolvere il VRP con finestre temporali è detta MACS-VRPTW (Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows) ([7]) e la sua peculiarità consiste nell'utilizzo di due distinte colonie di formiche che, lavorando simultaneamente, tentano di raggiungere due obiettivi: la minimizzazione del numero dei veicoli e la minimizzazione del tempo totale di viaggio.

Quello qui utilizzato è un metodo di risoluzione in cui ogni formica costruisce un singolo giro. Innanzitutto, il deposito, con tutte le sue connessioni verso e dai clienti, viene duplicato un numero di volte uguale al numero di veicoli che si è stabilito di utilizzare; la distanza tra coppie di depositi è considerata infinita: questo approccio avvicina il Vehicle Routing Problem al tradizionale problema del commesso viaggiatore.

In tal modo, una soluzione ammissibile per il VRPTW sarà rappresentata da un cammino che passa per tutti i nodi esattamente una volta.

$$t(i, j) := (1 - r) \cdot t(i, j) + r \cdot \Delta t(i, j),$$

con r parametro tale che $0 < r < 1$.

² Il criterio di modifica globale è illustrato nell'equazione:

$$t(i, j) := (1 - a) \cdot t(i, j) + a \cdot \Delta t(i, j)$$

con a parametro di decadimento del feromone tale che $0 < a < 1$; $\Delta t(i, j)$ pari all'inverso della lunghezza del miglior giro trovato se l'arco (i, j) appartiene ad esso, 0 altrimenti.

Le tracce di feromone usate dalle due colonie sono indipendenti: la collaborazione avviene condividendo la miglior soluzione trovata fino a quel momento ψ^{sb} , che inizialmente rappresenta una qualsiasi soluzione ammissibile del VRPTW trovata con l'euristica del nearest neighbor ([8]) e successivamente viene migliorata sfruttando i risultati ottenuti dalle due colonie.

La prima colonia, denominata ACS-TIME, è una tradizionale colonia basata sull'ACS il cui obiettivo è quello di trovare il giro più corto possibile dato il numero di veicoli da impiegare: m formiche artificiali vengono attivate per costruire m soluzioni del problema ψ^1, \dots, ψ^m . Quando ψ^1, \dots, ψ^m sono state calcolate, vengono confrontate con ψ^{sb} , la migliore trovata fino a quel momento: nel caso ve ne sia una che richiede un tempo inferiore, si dovrà procedere alla sua registrazione come nuova miglior soluzione. Dopo la generazione dei circuiti, si attua una modifica globale.

La colonia ACS-VEI ha invece il compito di cercare una soluzione ammissibile – comprendente tutti i clienti – usando un veicolo in meno rispetto a quelli usati in ψ^{sb} . Alla fine di ogni ciclo la traccia di feromone viene modificata globalmente con i valori derivanti da due soluzioni diverse: $\psi^{ACSV EI}$, la soluzione non ammissibile con il maggior numero di clienti serviti, e ψ^{sb} , la soluzione ammissibile con il minor numero di veicoli e il minor tempo di viaggio. Esperimenti numerici ([7]) hanno mostrato che una doppia modifica migliora notevolmente le performance del sistema.

Le ACS-VEI e ACS-TIME usano la stessa procedura, che è simile a quella usata per il TSP: ogni formica artificiale inizia da un nodo-deposito scelto a caso e, ad ogni passo, si sposta su un nodo non ancora visitato che non violi i vincoli dati dalle finestre temporali e dalla capacità dei veicoli; evidentemente l'insieme dei nodi disponibili, nel caso la formica non si trovi in un nodo-deposito, comprende anche i nodi-deposito non ancora visitati. Una formica posizionata sul nodo i sceglie il successivo nodo da visitare j usando i meccanismi di esplorazione e sfruttamento. L'attrattività $t(i, j)$ è calcolata considerando il costo legato a ogni arco, $h(i, j)$, la finestra temporale $[e_j, l_j]$ associata al nodo j e il numero di volte in cui il nodo j non è stato inserito nelle soluzioni del problema.

Ogni volta che una formica si muove da un nodo ad un altro, viene eseguita una modifica locale della traccia di feromone.

5. L'algoritmo

Alla procedura da eseguire per ottenere una soluzione approssimata del Vehicle Routing Problem con finestre temporali multiple abbiamo dato nome MACS-VRPMTW (fig. 2). Parallelamente a quanto detto in precedenza, MACS sta per Multiple Ant Colony System³.

Come nel tradizionale MACS-VRPTW ci si trova di fronte a due colonie di formiche, ACS-VEI e ACS-TIME, il cui operato ha scopi diversi, pur essendo basato su una procedura molto simile che tiene conto tra l'altro di tutti i vincoli emersi nell'analisi aziendale. La prima colonia ha il compito di scoprire se esistono soluzioni ammissibili con un dato numero di veicoli; la seconda quello di trovare la soluzione migliore (che richieda il minor tempo) tra quelle che usano tale quantità di mezzi.

Il primo passo della procedura consiste nel trovare una soluzione ammissibile sfruttando un algoritmo tratto dall'euristica del nearest neighbor ([8]). Il risultato sarà la miglior soluzione trovata fino a quel momento, ψ^{gb} (globally best). Questa richiederà l'utilizzo di un certo numero di mezzi, identificato con s .

Volendo applicare una procedura simile a quella usata per risolvere un TSP, è necessario ricondurre il problema ad una situazione in cui l'obiettivo sia trovare un unico circuito hamiltoniano sul grafo. Si devono quindi innanzitutto creare tanti nodi deposito quanti sono i veicoli da utilizzare nella prima iterazione dell'attività della colonia ACS-VEI, e quindi $s-1$, uno in meno rispetto al numero di veicoli utilizzati nella soluzione trovata al passo precedente: questi saranno indicati come O_1, O_2, \dots, O_{s-1} .

Il secondo passo richiede l'attivazione di una colonia di formiche del tipo ACS-VEI. Se esiste una soluzione ammissibile con $s-1$ automezzi si dovrà ripetere la ricerca utilizzandone uno in meno.

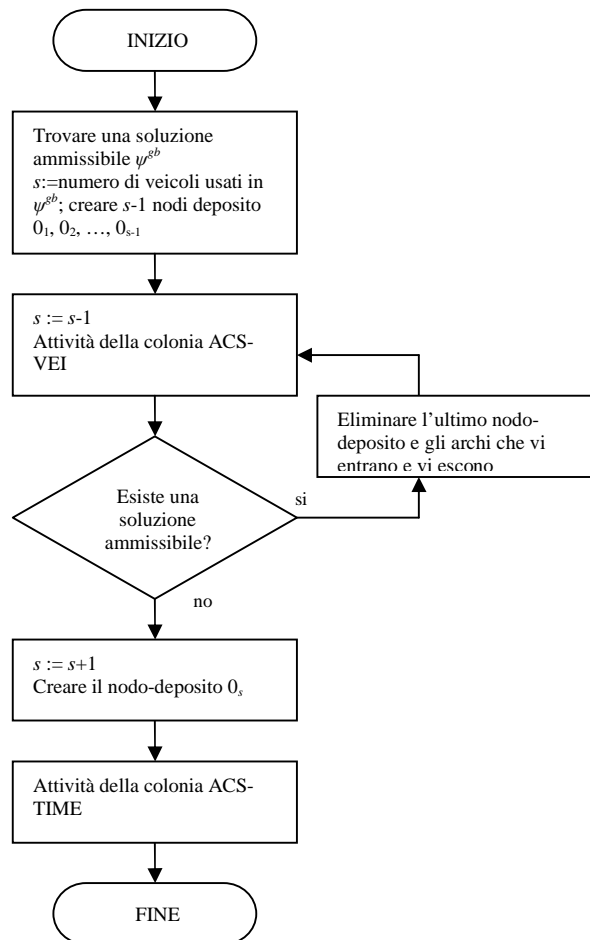
Una volta stabilito il numero minimo di depositi (e quindi di veicoli) che consente la costruzione di un circuito hamiltoniano sul grafo, è necessario attivare la colonia ACS-TIME per individuare il percorso più breve con quel numero di veicoli.

Nella tradizionale procedura MACS-VRPTW ([7]), la sequenza di attivazione delle colonie è diversa. Esse vengono attivate contemporaneamente: mentre la ACS-VEI ricerca una soluzione con $s-1$ veicoli, la ACS-TIME ricerca la migliore con s .

³ La traccia principale per la definizione dell'algoritmo è stata tratta da: Gambardella L.M., Taillard E., Agazzi G., "MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows", Technical Report IDSIA, Lugano, 1999, cap. 5. Sono stati apportati i cambiamenti necessari per adattarlo al caso aziendale.

L'algoritmo che proponiamo prevede di applicare la ACS-TIME una sola volta, e precisamente quando la ACS-VEI ha individuato il numero minimo di veicoli da utilizzare, essendo l'obiettivo principale del nostro problema proprio la minimizzazione del numero di veicoli.

Fig. 2: Illustrazione sintetica dell'algoritmo.



6. L'applicazione dell'algoritmo

Implementando l'algoritmo in linguaggio Visual Basic, abbiamo potuto testarne la validità su un campione di circa 80 clienti.

Attualmente l'azienda riesce a completare tutte le consegne relative utilizzando 4 veicoli, che in 34 ore di viaggio completano i percorsi assegnati, violando però ben 11 finestre temporali.

Per l'applicazione della procedura, si sono fissati i seguenti parametri:

$b = 2 \rightarrow$ in questo modo risulta massimo il peso attribuito alla distanza rispetto al feromone;

$d_0 = 0,9 \rightarrow$ la probabilità di scegliere l'arco che fino a quel momento si è rivelato il migliore dal punto in cui ci si trova è del 90%;

$m = 10 \rightarrow$ dieci formiche sono impegnate nella ricerca dei percorsi;

$r = 0,9 \rightarrow$ la modifica locale sarà effettuata utilizzando questo coefficiente;

$a = 0,9 \rightarrow$ la modifica globale si baserà su questo valore;

iterazioni = 100 \rightarrow al termine della centesima iterazione, qualunque sia il risultato, l'attività della colonia di formiche è completata;

tempo computazionale = 150' \rightarrow trascorse due ore e mezza senza alcun miglioramento l'attività della colonia si ferma;

iterazioni infruttuose = 35 \rightarrow se si contano trentacinque iterazioni consecutive senza alcun miglioramento, l'attività della colonia viene interrotta.

I percorsi così individuati sono 5. In particolare il risultato ottenuto è illustrato nella tabella 1, in cui si presenta anche uno schematico confronto tra i risultati raggiunti dall'impresa e quelli teoricamente possibili effettuando i percorsi proposti.

Tabella 1: Confronto schematico di alcuni parametri relativi ai circuiti individuati dall'algorithm e a quelli attualmente effettuati dall'impresa

	Risultati forniti dall'algorithm	Risultati attualmente raggiunti
N. veicoli	5	4
N. finestre temporali violate	0	11
Tempo totale di viaggio (ore)	35	34

Si può osservare come non vi sia grossa differenza relativa al tempo impiegato per completare i percorsi, ma, per rispettare tutti gli intervalli di disponibilità indicati dai clienti, sia necessario ricorrere ad un veicolo in più nella soluzione proposta dall'algorithm. È da notare tuttavia come i percorsi scelti dall'azienda richiedano

l'impiego di 2 ore di lavoro straordinario, mentre la soluzione proposta consente di non incorrere in tale onere.

Per avere un ulteriore parametro di valutazione, osservando che nella realtà non vengono rispettate numerose finestre temporali, si è deciso di verificare le performance della procedura in assenza di tali vincoli.

Il risultato è stata l'individuazione di 3 circuiti, come mostrato nella tabella 2.

Tabella 2: Confronto schematico di alcuni parametri relativi ai circuiti individuati dall'algoritmo senza finestre temporali e a quelli attualmente effettuati dall'impresa

	Risultati forniti dall'algoritmo	Risultati attualmente raggiunti
N. veicoli	3	4
N. finestre temporali violate	19	11
Tempo totale di viaggio (ore)	24	34

Chiaramente in questo caso, il rispetto o meno delle finestre temporali nella soluzione trovata applicando la procedura elaborata nel presente lavoro, è assolutamente casuale. Tuttavia, iniziando le consegne di mattina, ed essendo la maggior parte dei clienti disponibile in tale intervallo di tempo, è ragionevole che molte finestre siano comunque rispettate.

Il tempo computazionale richiesto per giungere al risultato finale è dell'ordine dell'ora, com'era prevedibile essendo il programma un prototipo non ancora ottimizzato.

6. Conclusioni

L'applicazione empirica presentata rivela che l'algoritmo è operativamente utilizzabile in una realtà di non scarsa complessità, come quella esaminata.

Nel caso specifico, il suo utilizzo nell'ambito dell'impresa consente di rendere l'organizzazione più consapevole delle caratteristiche del processo distributivo, degli elementi in gioco e del ruolo di ciascuno di essi. La maggiore consapevolezza, unita alla formalizzazione proposta, che identifica le componenti e le relazioni tra queste, fornisce una base conoscitiva più solida e ricca per le decisioni, non solo nell'ambito della

logistica, ma in una prospettiva generale. Si può, infatti, affermare che divengono più affidabili ed agevoli il calcolo dei costi e l'analisi della profittabilità dei clienti, potendo osservare come cambierebbe la situazione, ad esempio, eliminandone uno o più, o modificando le condizioni contrattuali.

L'utilità primaria del presente lavoro, tuttavia, consiste nella trasformazione, per quanto necessariamente non puntuale e completa, di competenze individuali, proprie del responsabile del processo, in competenze di sistema di cui l'azienda può disporre, grazie alla formalizzazione di conoscenze, prima per lo più tacite.

Nella realtà attuale, grazie all'apprendimento accumulato e al costante sforzo di miglioramento da parte degli operatori, si continuano a mantenere livelli di efficienza piuttosto elevati. Tuttavia, nel caso in cui dovessero cambiare situazioni finora stabili e si manifestassero eventi nuovi, in modo originale rispetto al passato, la base cognitiva finora impiegata diverrebbe obsoleta. Il modello elaborato, invece, potrebbe rivelarsi un valido strumento di analisi formale e indipendente dal contesto precedente, dunque adatto ad affrontare realtà inedite con tempi, costi e rischi inferiori.

Inoltre, il modello presentato può dimostrare una notevole utilità nella valutazione della convenienza di clienti, contratti, operazioni mediante simulazioni.

Bibliografia

- [1] Bullnheimer B., Hartl R.F., Strauss C., "An Improved Ant System for the Vehicle Routing Problem", Technical Report POM-10/97, Institute of Management Science, University of Vienna, Austria, 1997. Accettato per la pubblicazione in *Annals of Operations Research*
- [2] Bullnheimer B., Hartl R.F., Strauss C., "Applying the Ant System to the Vehicle Routing Problem", in *Meta-heuristics: Advances and Trends in Local Search for Optimization*, a cura di Voss S., Martello S., Osman I.H., Roucairol C., Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999
- [3] Cordeau J.F., Desaulniers G., Desrosiers J., Solomon M.M., Soumis F., "The VRP with Time Windows", *The Vehicle Routing Problem*, a cura di Toth P., Vigo D., SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, 2000

- [4] Desrochers M., Lenstra J.K., Savelsbrgh M.W.P., Soumis F., “Vehicle Routing with Time Windows: Optimization and Approximation”, in *Vehicle Routing: Methods and Studies*, a cura di Golden B. L., Assad A. A., North-Holland, Amsterdam, 1988
- [5] Dorigo M., Gambardella L.M., “Ant Colonies for the Traveling Salesman Problem”, *TR/IRIDIA/1996-3*
- [6] Dorigo M., Gambardella L.M., “Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem”, *TR/IRIDIA/1996-5*
- [7] Gambardella L.M., Taillard E., Agazzi G., “MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows”, Technical Report IDSIA, Lugano, 1999
- [8] Solomon M. M., “Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window Constraints”, *Operation Research* 35, 1987
- [9] Stützle T., Dorigo M., “ACO Algorithms for the Traveling Salesman Problem”, in a cura di Miettien K. Mäkelä M. Neittaanmäki P. Periaux J., *Evolutionary Algorithms in Engeneering and Computer Science: Recent Advances in Genetic Algorithms, Evolution Strategies, Evolutionary Programming and Industrial Applications*, John Wiley & Sons, 1999